

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

2
3

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

5 жағдай: $2^{2022}; 12^{2022}; 22^{2022}; \dots; 2012^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

және нешеу екендігін табу керек.

$$\begin{cases} \text{I. } 2^1 = 2 \\ \text{II. } 2^2 = 4 \\ \text{III. } 2^3 = 8 \\ \text{IV. } 2^4 = \dots 6 \\ \text{V. } 2^5 = \dots 2 \end{cases} T=4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 4 \\ -20 \quad \quad \\ \hline 02 \quad \quad \\ -0 \quad \quad \\ \hline 22 \quad \quad \\ -20 \quad \quad \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 & a_n &= 2012 & d &= 10 \\ 2012 &= 2 + (n-1) \cdot 10 \\ 2010 &= (n-1) \cdot 10 \\ n-1 &= 201 \\ n &= 202. \end{aligned}$$

6 жағдай: $3^{2022}; 13^{2022}; 23^{2022}; \dots; 2013^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

$$\begin{cases} \text{I. } 3^1 = 3 \\ \text{II. } 3^2 = 9 \\ \text{III. } 3^3 = \dots 7 \\ \text{IV. } 3^4 = \dots 1 \\ \text{V. } 3^5 = \dots 3 \end{cases} T=4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 4 \\ -2020 \quad \quad \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 & a_n &= 2013 & d &= 10 \\ a_n &= a_1 + (n-1)d \\ 2013 &= 3 + (n-1) \cdot 10 \\ n-1 &= 201 \\ n &= 202. \end{aligned}$$

7 жағдай:

$4^{2022}; 14^{2022}; 24^{2022}; \dots; 2014^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

$$\begin{cases} \text{I. } 4^1 = 4 \\ \text{II. } 4^2 = \dots 6 \\ \text{III. } 4^3 = \dots 4 \end{cases} T=2$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 2 \\ -2022 \quad \quad \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 202 \text{ (аудандық жағдайлармен бірге).} \\ \text{Соңғы цифра: } &6 \end{aligned}$$

8 жағдай: $7^{2022}; 17^{2022}; 27^{2022}; \dots; 2017^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

$$\begin{cases} \text{I. } 7^1 = 7 \\ \text{II. } 7^2 = \dots 9 \\ \text{III. } 7^3 = \dots 3 \\ \text{IV. } 7^4 = \dots 1 \\ \text{V. } 7^5 = \dots 7 \end{cases} T=4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 4 \\ -2020 \quad \quad \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Соңғы цифра } &9 \\ n &= 202 \end{aligned}$$

9 жағдай: $8^{2022}; 18^{2022}; 28^{2022}; \dots; 2018^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

$$\begin{cases} \text{I. } 8^1 = 8 \\ \text{II. } 8^2 = 4 \\ \text{III. } 8^3 = \dots 2 \\ \text{IV. } 8^4 = \dots 6 \end{cases} T=4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 4 \\ -2020 \quad \quad \\ \hline 2 \end{array}$$

Соңғы цифра 4.

10 жағдай: $9^{2022}; 19^{2022}; 29^{2022}; \dots; 2019^{2022}$ сандарының соңғы цифрын

$$\begin{cases} \text{I. } 9^1 = 9 \\ \text{II. } 9^2 = 1 \end{cases} T=2$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 2 \\ -2022 \quad \quad \\ \hline 0 \end{array}$$

Соңғы цифра 1.

$$\begin{aligned} &1 \cdot 203 + 5 \cdot 202 + 6 \cdot 202 + 2 \cdot 202 + 3 \cdot 202 + 4 \cdot 202 + 7 \cdot 202 + 8 \cdot 202 + 9 \cdot 202 = 203 + 202(2+3+4+5+6+7+8+9) \\ &= 203 + 202 \cdot 49 = 203 + 9998 = 10201. \end{aligned}$$

Жл: 1

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

2
2

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

2-есеп.

$$1^{2022} + 2^{2022} + \dots + 2021^{2022}$$

0, 1, 5, 6 цифрларымен аяқталатын сандардың кез-келген
жүйесі осы цифрлардың өзінше аяқталады.

Яғни; 1) 10, 20, 30, ..., 2020

2) 11, 21, 31, ..., 2021

3) 15, 25, 35, ..., 2015.

4) 16, 26, 36, ..., 2016.

1-жағдай: ескерілетін - ақ 500-ға барады. Сөзді сәтте цифра 0.

2-жағдай: Біршең аяқталатын қанша сан бар екендігін табамыз.

$$a_1 = 1 \quad a_n = 2021 \quad d = 10$$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ формуласы бойынша

$$2021 = 1 + (n-1) \cdot 10$$

$$2020 = (n-1) \cdot 10$$

$$n-1 = 202$$

$$n = 203$$

3 жағдай: Бесен аяқталатын қанша сан бар екендігін табамыз.

$$a_1 = 5 \quad a_n = 2015; \quad d = 10$$

$$2015 = 5 + (n-1) \cdot 10$$

$$2010 = (n-1) \cdot 10$$

$$2010 = (n-1) \cdot 10$$

$$n = 202$$

4 жағдай: Алтышен аяқталатын қанша сан бар екендігін табамыз.

$$a_1 = 6 \quad a_n = 2016 \quad d = 10$$

$$2016 = 6 + (n-1) \cdot 10$$

$$2010 = (n-1) \cdot 10$$

$$n = 202$$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

1
1

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

1-есеп.

$$+ \begin{cases} x^2 + 4x = 9 - 5y \\ y^2 + 2x = 9y - 22 \end{cases} \quad \text{Теңдеулер жүйесін шешудің бастапқы мәлімін таңдаушы.$$

$$x^2 + 4x + y^2 + 2x = 9 - 5y + 9y - 22$$

$$x^2 + 4x + 2x + y^2 + 5y - 9y - 9 + 22 = 0$$

$$x^2 + 6x + y^2 - 4y + 13 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 - 9 + y^2 - 4y + 4 - 4 + 13 = 0$$

$$(x+3)^2 - 9 + (y-2)^2 - 4 + 13 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ -3 & 2 \end{matrix}$$

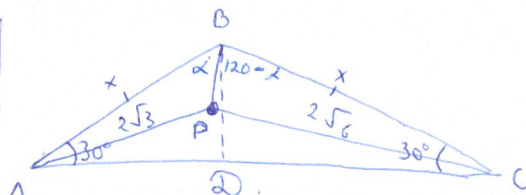
$$x = -3 \quad y = 2$$

$(x+a)^2 + (y+b)^2 = R^2$ шеңбердің
теңдеуіне келтіру үшін керекті
сандар таңдап, азайту мәлімін
таңдаушы.

Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников

Қатысушының коды:
Код участника:

$S_{ABCD} = ?$



$$-\cos 2 + \sqrt{3} \sin 2 = \frac{x^2 - 20}{2x}$$

$$\frac{x^2 - 20}{2x} + \cos 2 = \sqrt{3} \sin 2$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{x^2 - 20}{2x} + \frac{x^2 - 8}{4x} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 8}{4x}\right)^2}$$

$$\frac{2x^2 - 40 + x^2 - 8}{4x} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^4 - 16x^2 + 64}{16x^2}}$$

Assume: $x \neq 0$.

$$9x^4 - 288x^2 + 2304 = 3(-x^4 + 32x^2 - 64)$$

$$9x^4 - 288x^2 + 2304 = -3x^4 + 96x^2 - 192$$

$$12x^4 - 384x^2 + 2496 = 0 \quad | \cdot \frac{1}{12}$$

$$x^4 - 32x^2 + 208 = 0$$

$$D = 1024 - 4 \cdot 208 = 1024 - 832 = 192$$

$$x^2 = \frac{32 + \sqrt{6403}}{2} = \frac{32 + 8\sqrt{3}}{2} = 16 + 4\sqrt{3}$$

$$x^2 = 16 + 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin (180^\circ - 60^\circ) \\ &= \frac{1}{2} x^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} (16 + 4\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= (4 + \sqrt{3})\sqrt{3} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Sol: } S_{\Delta ABC} = (4 + \sqrt{3})\sqrt{3} \text{ cm}^2$$