

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

1
1

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

--

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 9 - 5y \\ y^2 + 2x = 9y - 22 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 2x = 9 - 5y + 9y - 22$$

$$x^2 + y^2 + 6x = 4y - 13$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0 \quad / +9-9; +4-4$$

$$x^2 + 6x + 9 - 9 + y^2 - 4y + 4 - 4 + 13 = 0$$

$$(x+3)^2 - 9 + (y-2)^2 - 4 + 13 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$\downarrow$
-3
 $\downarrow$
2

$$x = -3 \quad y = 2$$

$$K: (-3; 2)$$

$$(x+a)^2 + (y+b)^2 = R^2$$

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика
2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

2
2

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

--

$$1. 2022 + 2^{2022} + \dots + 2022^{2022}$$

1. 0; 1; 5; 6 - цифрлармен аяқталатын сандардың
кез келген дәрежесі сол сандарға тең болады.

↓

- 1) 10; 20; 30 ... 2020
- 2) 11; 21; 31 ... 2021
- 3) 15; 25; 35 ... 2015
- 4) 16; 26; 36 ... 2016

4. 3-кесте

5-ке аяқталады $\Rightarrow a_1 = 5, a_n = 2015, d = 10$

$$2015 = 5 + (n-1) \cdot 10$$

$$n-1 = 201$$

$$n = 202$$

5. 4-кесте

6-ға аяқталады $\Rightarrow a_1 = 6, a_n = 2016, d = 10$

$$2016 = 6 + (n-1) \cdot 10$$

$$n-1 = 201$$

$$n = 202$$

6. 5-кесте

2-ші қарастырамыз

$$\begin{array}{r} 2^1 = 2 \\ 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8 \\ 2^4 = \dots 6 \\ 2^5 = \dots 2 \end{array}$$

$\Rightarrow$ соңғы цифра 4

$$a_1 = 2, a_n = 2012, d = 10$$

$$2012 = 2 + (n-1) \cdot 10$$

$$n-1 = 201$$

$$n = 202$$

7. 6-кесте

3-ті қарастырамыз

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = \dots 7$$

$$3^4 = \dots 1$$

$\Rightarrow$ соңғы цифра 9

$$a_1 = 3, a_n = 2017, d = 10$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$2017 = 3 + (n-1) \cdot 10$$

$$n-1 = 201$$

$$n = 202$$

8. 7-кесте

4-ті қарастырамыз

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = \dots 6$$

$$4^3 = \dots 4$$

соңғы цифра 6

$n = 202$ (аяқтатып кестелерден
сізесіз)

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика
2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

2
3

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

--

9. 5-кесте

7-ші қарастырылған

$$\begin{aligned} 7^1 &= 7 \\ 7^2 &= 9 \\ 7^3 &= \dots 3 \\ 7^4 &= \dots 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \quad 4 \\ - 2020 \quad 505 \\ \hline 2 \end{array}$$

Сыртқы цифр 9
 $n = 202$

10. 3-кесте

8-ші қарастырылған

$$\begin{aligned} 8^1 &= 8 \\ 8^2 &= 4 \\ 8^3 &= 512 \\ 8^4 &= \dots 6 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 4$$

$$\begin{array}{r} 2022 \quad 4 \\ - 2020 \quad 505 \\ \hline 2 \end{array}$$

Сыртқы цифр 4
 $n = 202$

11. 10-кесте

9-ға қарастырылған

$$\begin{aligned} 9^1 &= 9 \\ 9^2 &= 81 \\ 9^3 &= \dots 9 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 2$$

$$\begin{array}{r} 2022 \quad 2 \\ - 2022 \quad 104 \\ \hline 0 \end{array}$$

Сыртқы цифр 1

$$\begin{aligned} \text{Есеп: } &\Rightarrow (1 \cdot 203) + (5 \cdot 202) + (6 \cdot 202) + (2 \cdot 202) + \\ &+ (3 \cdot 202) + (4 \cdot 202) + (7 \cdot 202) + (8 \cdot 202) + \\ &+ 9 \cdot 202 = 203 + 202(2+3+4+5+6+7+8+9) = \\ &203 + 202 \cdot 4 \cdot 11 = 203 + 202 \cdot 88 = 9091 \end{aligned}$$

Жауабы: 1

Республикалық
оқушылар олимпиадасының
екінші (аудандық) кезеңі

Математика
2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)
этап Республиканской
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:
Номер задачи:
Парақ нөмірі:
Номер листа:

3
4

Парақтардың жалпы саны
Общее количество листов:

4

Қатысушының коды:
Код участника:

--

Жау:

$\triangle ABC$ - теңбүйірлі

$AB = BC$

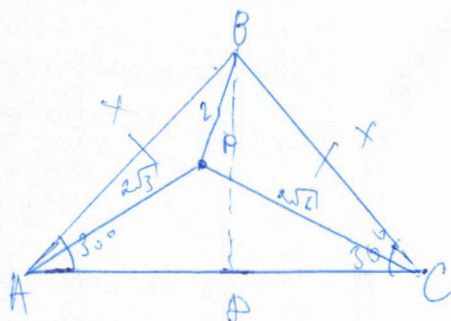
$\angle BAC = 30^\circ$

$AP = 2\sqrt{3}$

$BP = 2$

$CP = 2\sqrt{6}$

P in $\triangle ABC$



$$\cos d = \frac{x^2 + 2^2 - (2\sqrt{3})^2}{2x \cdot 2} = \frac{x^2 + 4 - 12}{4x} = \frac{x^2 - 8}{4x}$$

$$\cos(120^\circ - d) = \frac{x^2 + 2^2 - (2\sqrt{6})^2}{2x \cdot 2} = \frac{x^2 + 4 - 24}{4x} = \frac{x^2 - 20}{4x}$$

$$\cos 120^\circ \cos d + \sin 120^\circ \sin d = \frac{x^2 - 20}{4x}$$

$$\cos(\pi - 60^\circ) \cdot \cos d + \sin(\pi - 60^\circ) \cdot \sin d = \frac{x^2 - 20}{4x}$$

$$-\cos 60^\circ \cdot \cos d + \sin 60^\circ \cdot \sin d = \frac{x^2 - 20}{4x} \quad | \cdot 2$$

$$-\cos d + \sqrt{3} \sin d = \frac{x^2 - 20}{2x}$$

$$\frac{x^2 - 20}{2x} + \cos d = \sqrt{3} \sin d$$

$$\frac{x^2 - 20}{2x} + \frac{x^2 - 8}{4x} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 8}{4x}\right)^2}$$

$$\frac{2x^2 - 40 + x^2 - 8}{4x} = \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{x^4 - 16x^2 + 64}{16x^2}}$$

$$\left(\frac{3x^2 - 48}{4x}\right)^2 = \left(\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{16x^2 - x^4 + 16x^2 - 64}{16x^2}}\right)^2$$

$$9x^4 - 288x^2 + 2304 = 3(-x^4 + 32x^2 - 64)$$

$$9x^4 - 288x^2 + 2304 = -3x^4 + 96x^2 - 192$$

$$12x^4 - 384x^2 + 2496 = 0 \quad | : 12$$

$$x^4 - 32x^2 + 208 = 0$$

$$D = 1024 - 4 \cdot 208 = 192$$

$$x^2 = \frac{32 \pm \sqrt{192}}{2} = 16 \pm 4\sqrt{3}$$

$$x^2 = 16 + 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin(\pi - 60^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} (16 + 4\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (4 + \sqrt{3}) \sqrt{3} \text{ см}^2$$